

MENJUMLAH VEKTOR

Kompetensi Siswa

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya
2. Mengembangkan perilaku (jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli, santun, ramah lingkungan, gotong royong, kerjasama, cinta damai, responsif dan proaktif) dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan bangsa dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia
- 3.2 Menerapkan prinsip penjumlahan vektor (dengan pendekatan geometri)
- 4.2 Merencanakan dan melaksanakan percobaan untuk menentukan resultan vektor

Observasi Fakta

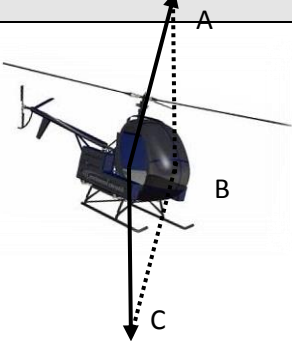
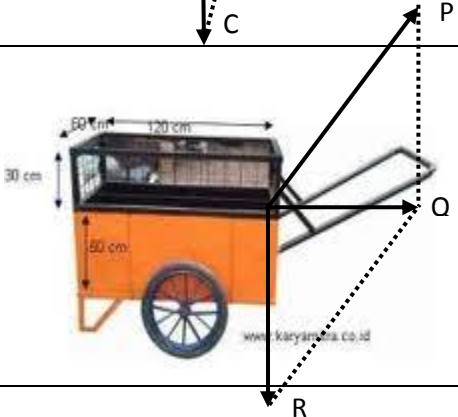
Berapa jumlah masa terigu dalam dua kantong yang masing-masing 22 kg dan 25 kg? Tentu dengan mudah kita jawab, yaitu 47 kg. Berapa jumlah gaya tarik dua grup tarik tambang (masing-masing lima orang) yang sedang bertanding? Jawabnya mungkin nol, karena kekuatan kedua tim sama dan seimbang. Jika setiap orang mampu menarik dengan gaya 120 N, jumlahnya tentu bukan 1200 N karena setiap grup kekuatannya 600 N.

Fakta serupa dengan masa terigu dan tarikan gaya banyak kita jumpai dalam kehidupan. Jarak dan perpindahan yang berbeda, ada waktu dan kuat arus yang penjumlahan berbeda. Massa terigu dan waktu adalah besaran tanpa arah (disebut **skalar**), sedangkan gaya tarik dan arus listrik memiliki besar dan arah (disebut **Vektor**). Cobalah mengisi data besaran-besaran tanpa arah dan besaran dengan arah pada tabel berikut ini.

No	Besaran Skalar	Besaran Vektor
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		

Menjumlah besaran vektor memang tidak sederhana seperti menjumlah skalar. Pada saat menjumlah vektor, ada arah yang mempengaruhi hasilnya. Bahkan hasil

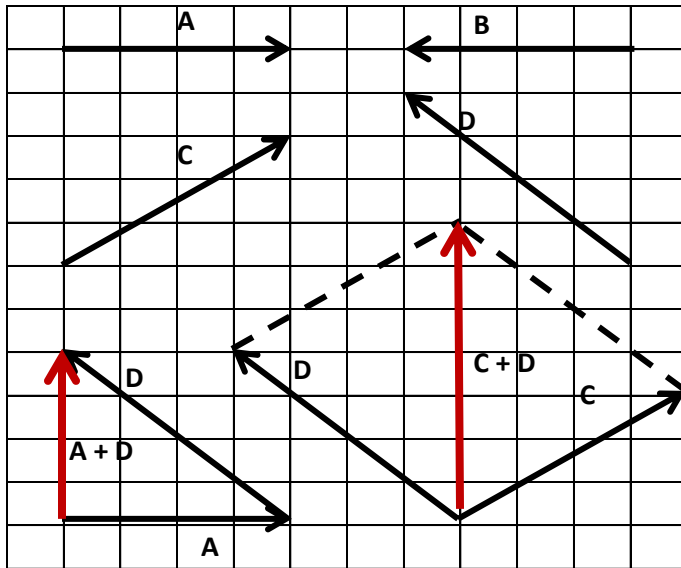
menjumlah vektor memiliki arah tertentu sesuai dengan arah vektor yang dijumlahkan. Perhatikan ilustrasi berikut ini

Contoh Peristiwa	Vektor Yang Dijumlah	Hasil Menjumlah Vektor
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Berat helikopter, arahnya ke 2. Dorongan baling-baling, arahnya ke 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Gaya dorong helikopter, arahnya ke 2. Kemana arah gerakan helikopter?
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Berat gerobak, arahnya ke 2. Tarikan tukang tukang sampah, arahnya ke 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Gaya gerak gerobak, arahnya ke 2. Kemana arah gerakan gerobak?

Mendiskusikan Konsep dan Prinsip

Vektor adalah sesuatu yang dapat diukur dan memiliki arah. Menjumlah vektor dapat dilakukan dengan cara grafis (menggambar), yaitu cara segitiga atau poligon, jajaran genjang, dan analisis. Gambar yang dimaksud adalah gambar skala, dimana besar vektor dilukis dengan skala panjang garis.

Perhatikan ilustrasi berikut. (skala 1 cm)

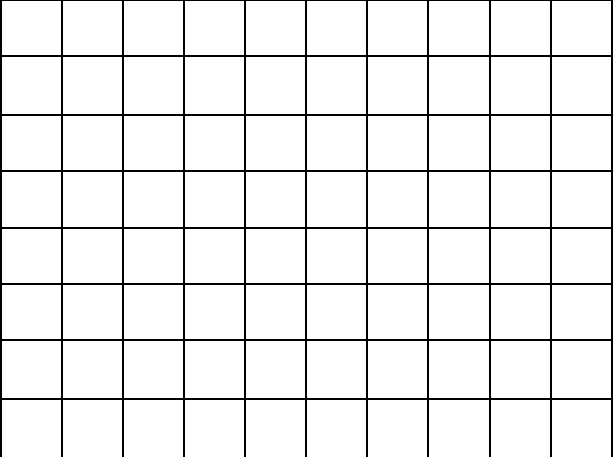
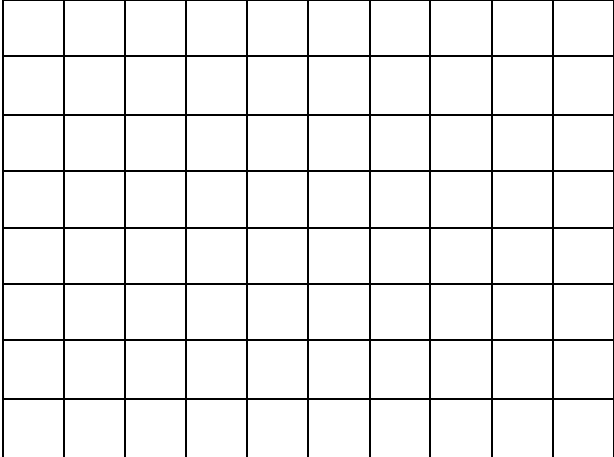
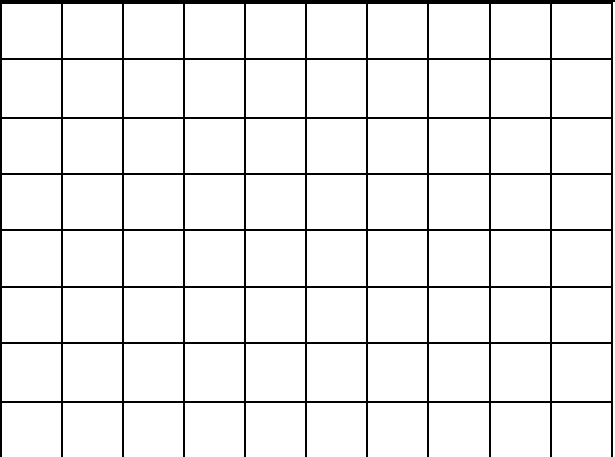
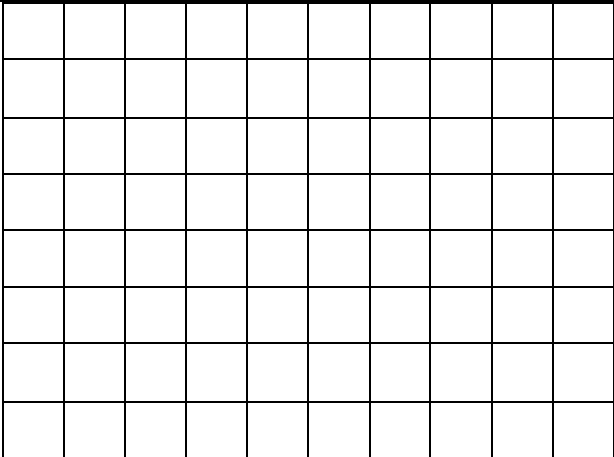


A, vektor 4 cm ke timur (kanan, X+)
 B, vektor 4 cm ke barat (kiri, X-)
 ($B = -A$, besarnya sama, arah berlawanan)
 C, 5 cm condong ke kanan atas (kanan 4 cm, atas 3 cm)
 D, $4\sqrt{2}$ cm arah barat laut (barat 4 cm, utara 4 cm)
 $A+D$, 4 cm ke utara (menjumlah dengan cara segitiga)
 $C+D$, 7 cm ke utara (menjumlah dengan cara jajaran genjang)

Diskusikan (berdua atau berempat)

Mari menjumlah vektor dengan cara segitiga dan jajaran genjang seperti di atas.

<p style="text-align: center;">$A + C$ (segitiga)</p>	<p style="text-align: center;">$A + C$ (jajaran genjang)</p>
--	---

 <p style="text-align: center;">B + D (segitiga)</p>	 <p style="text-align: center;">-B + D (jajaran genjang)</p>
 <p style="text-align: center;">C - B (segitiga)</p>	 <p style="text-align: center;">C - D (jajaran genjang)</p>

Mendiskusikan Konsep dan Prinsip

Menjumlah dengan analisis dilakukan dengan cara mengurai setiap vektor menjadi bagian-bagian (komponen-komponen) yang saling tegak lurus. Caranya vektor-vektor yang akan dijumlah dibuat proyeksinya terhadap sumbu yang saling tegak lurus, yaitu sumbu x dan sumbu y.

Coba lihat kembali vektor C yang panjangnya 5 cm, jika diproyeksikan ke sumbu x panjangnya 4 cm (ditulis dengan notasi $C_x = 4$ cm. Jika C diproyeksikan ke sumbu y panjangnya 3 cm (ditulis dengan notasi $C_y = 3$ cm). C_x adalah komponen vektor C pada sumbu x, dan C_y adalah komponen vektor C pada sumbu y. Bagaimana dengan vektor D?

Berapa panjang D_x , kemana arahnya?

Berapa panjang D_y , kemana arahnya?

Tentu saja untuk mengetahui besar komponen vektor dan arahnya harus dilakukan dengan teknik grafis (melalui gambar). Perhatikan ilustrasi berikut ini.

	<ul style="list-style-type: none"> • $P_x = 3$ cm dan $P_y = 6$ cm adalah komponen P. Jika kita ingin menghitung panjang P maka dapat menggunakan dalil pythagoras $P = \sqrt{(3^2 + 6^2)} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ cm • $Q_x = 7$ cm dan $Q_y = 5$ cm adalah komponen Q. Jika kita ingin menghitung panjang Q maka dapat menggunakan dalil pythagoras $Q = \sqrt{(7^2 + 5^2)} = \sqrt{74}$ cm • Sudut manakah yang lebih besar, α, atau β?, berarti makin besar sudut komponen sumbu x makin, sedangkan komponen sumbu y makin
--	---

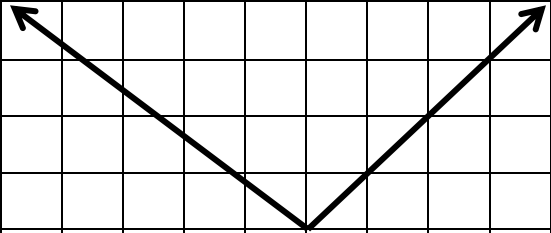
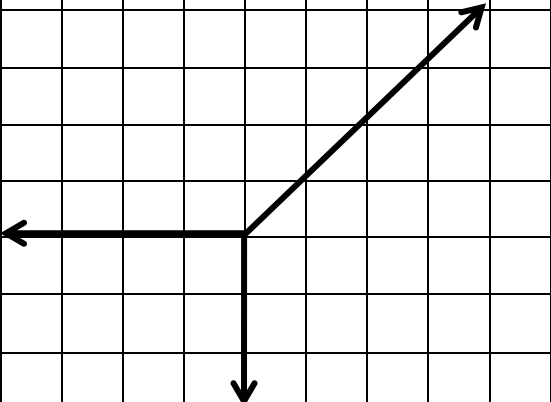
Menjumlah vektor dengan analisis menjadi lebih mudah karena $P + Q$ dilakukan dengan cara menjumlah komponen masing-masing, yaitu Σx dan Σy . Hasil penjumlahan vektor sering disebut Resultan (dari kata *result* : hasil) dengan lambang R, maka $R = \sqrt{(\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2}$. Oleh karena itu, Resultan P dan Q menjadi

$$R = \sqrt{(3 + 7)^2 + (6 + 5)^2} = \sqrt{221} = 14,86 \text{ cm.}$$

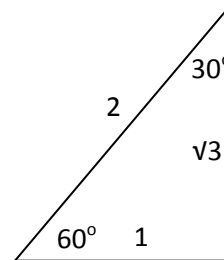
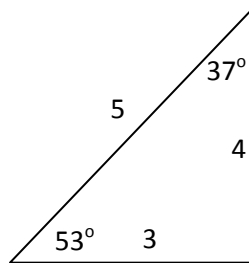
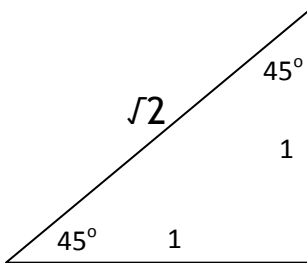
Diskusikan (berdua atau berempat), untuk Menentukan Resultan

Carilah resultan dari vektor yang ada dengan menggambar komponen masing-masing vektor terlebih dahulu, kemudian hitung besar resultannya.

	<ul style="list-style-type: none"> • $\Sigma X = \dots\dots\dots$ • $\Sigma Y = \dots\dots\dots$ • $R = \dots\dots\dots$
--	--

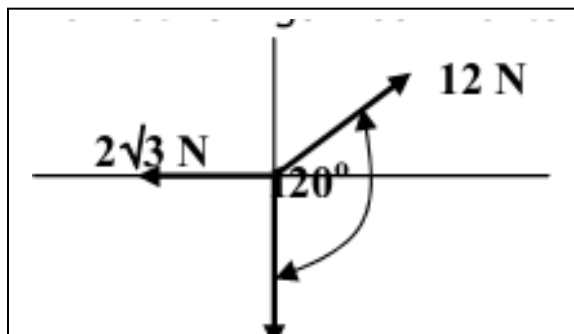
	<ul style="list-style-type: none"> • $\Sigma X = \dots\dots\dots$ • $\Sigma Y = \dots\dots\dots$ • $R = \dots\dots\dots$
	<ul style="list-style-type: none"> • $\Sigma X = \dots\dots\dots$ • $\Sigma Y = \dots\dots\dots$ • $R = \dots\dots\dots$

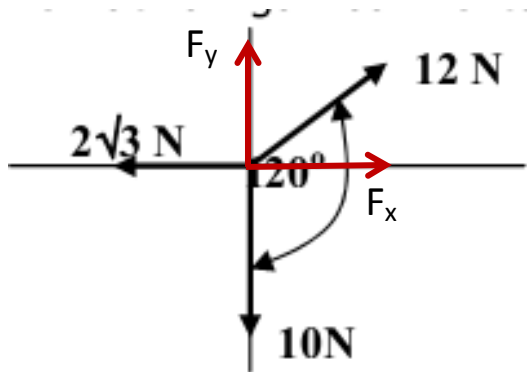
Segitiga siku-siku berikut ini memiliki sudut dengan perbandingan sebagai berikut.



Perbandingan segitiga itu bermanfaat untuk membantu mencari resultan vektor dengan data sudut kemiringan. Perhatikan contoh berikut ini.

Tiga vektor gaya terlihat seperti gambar di bawah ini. Berapa besar resultan ketiga gaya tersebut?





Karena sudut segitiga merupakan pasangan 30° dan 60° , maka vektor 12 N diurai menjadi $6\sqrt{3}$ N (F_x) dan 6 N (F_y)

Maka diperoleh data sebagai berikut

- $\Sigma X = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ N
- $\Sigma Y = 6 - 10 = -4$ N
- $R = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (-4)^2} = \sqrt{64} = 8$ N

Mari Mencoba

Uraikan vektor dengan menggambar dan menentukan nilainya, kemudian digunakan dalam menentukan besar resultan.

NO	SOAL	PENYELESAIAN
1.		Uraikan vektor 30 N menjadi F_x dan F_y $F_x = \dots\dots\dots$ $F_y = \dots\dots\dots$ $\Sigma X = \dots\dots\dots$ $\Sigma Y = \dots\dots\dots$ $R = \dots\dots\dots$
2.		Uraikan vektor 10 N menjadi F_x dan F_y $F_x = \dots\dots\dots$ $F_y = \dots\dots\dots$ $\Sigma X = \dots\dots\dots$ $\Sigma Y = \dots\dots\dots$ $R = \dots\dots\dots$

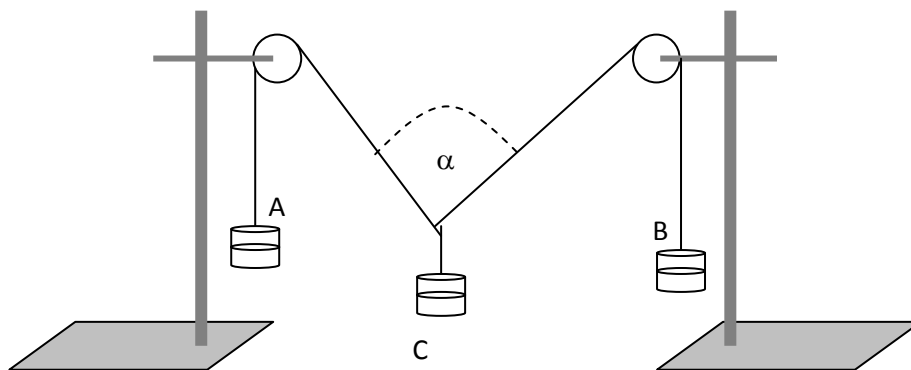
3.		Uraikan vektor 3 N menjadi F_{1x} dan F_{1y} serta vektor 6 N menjadi menjadi F_{2x} dan F_{2y} . $F_{1x} = \dots\dots\dots$ $F_{1y} = \dots\dots\dots$ $F_{2x} = \dots\dots\dots$ $F_{2y} = \dots\dots\dots$ $\Sigma X = \dots\dots\dots$ $\Sigma Y = \dots\dots\dots$ $R = \dots\dots\dots$
----	--	--

Melakukan Eksperimen serta Menginterpretasi, Mengasosiasi, dan Mengkomunikasikan Data

Eksperimen berikut ini dilakukan untuk memformulasikan penjumlahan vektor $R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha$. (Biasanya rumus ini diturunkan dengan menggunakan aturan cosinus. Saat ini belum perlu dilakukan penurunan rumus tersebut karena belum relevan dengan kemampuan matematika siswa kelas X).

Eksperimen dilakukan berkelompok, tiap kelompok memerlukan beberapa alat antara lain: statif dan klem (2 buah), katrol bertangkai (2 buah), beban berkait (2 buah @ 100 gram), beban gantung kombinasi (1 set terdiri atas beban bertangkai 50 gram, 2 buah beban @ 50 gram, dan 3 buah beban @ 20 gram), busur derajat, dan benang secukupnya. Lakukan langkah kegiatan seperti berikut ini.

1. Rangkai alat seperti gambar berikut ini.



A dan B adalah beban gantung, berat masing-masing menarik tali /benang ke bawah sehinggaa membuat tegangan tali T_A dan T_A . (berat adalah $w = m \cdot g$, anggap $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

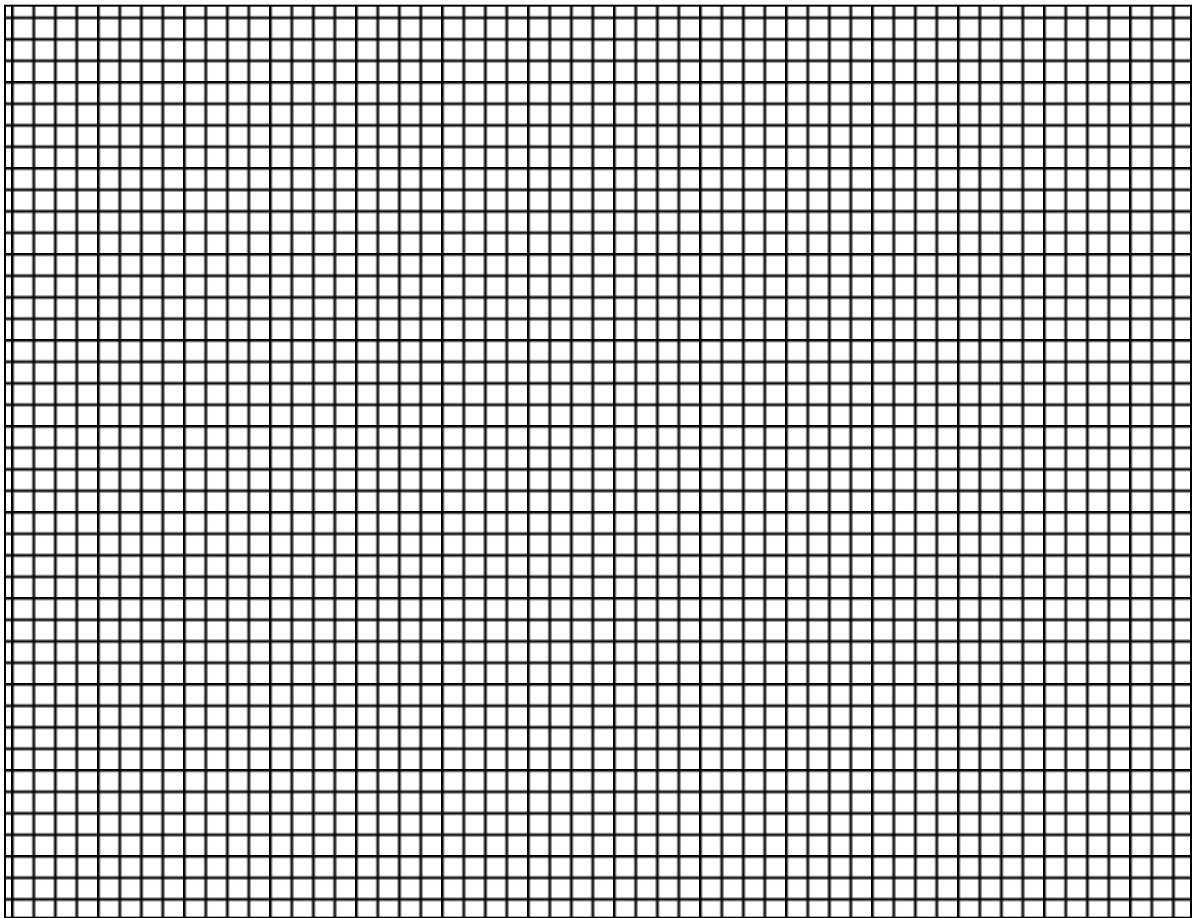
Perc	$T_c (...)$	$T_c^2 (...)$ (1)	$\alpha (...)$	$\cos \alpha$	$(2xT_AxT_Bxcos\alpha)$ (2)	$(#) + (2)^*$ (3)
6.
7.
8.

*) jumlahkan nomor # dari jawaban 3a dan kolom (2) pada tabel.

Perhatikan tabel pada kolom (1) dan (3), bagaimana hasilnya?

.....

Buatlah grafik dengan $\cos \alpha$ sebagai sumbu x dan T_c^2 sebagai sumbu y, kemudian hitunglah gradien grafik dan nilai titik potong dengan sumbu Y



Nilai gradien grafik $m =$

Titik potong dengan sumbu Y

4. Bagaimana pendapat anda tentang hasil pengolahan data dan grafik

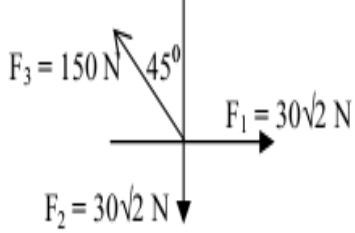
.....
.....
.....

Refleksi dan Kesimpulan

- Menjumlah vektor dilakukan dengan gambar berskala
- Resultan vektor adalah hasil dari menjumlah vektor
- Penjumlahan vektor tidak boleh ceroboh, harus memperhatikan arahnya
- Persoalan menjumlah vektor diterapkan ketika berhubungan dengan menjumlah gaya, kecepatan, perpindahan, dan lain-lain

Latihan Uji Kompetensi

No	Deskripsi Soal	Penyelesaian
1.	KM Gunung Kelud bergerak 300 km ke utara, 300 km ke timur, dan kembali 100 km ke utara. Berapa km perpindahan kapal itu?	
2.	Empat buah vektor masing-masing 5 cm ke utara, 10 cm ke selatan, 12 cm ke timur dan 7 cm ke barat. Berapa besar resultan ke empat vektor itu?	

No	Deskripsi Soal	Penyelesaian
3.	<p>Perahu nelayan dengan laju maksimum 12 m/s melintas tegak lurus aliran sungai Mahakam yang deras. Laju air sungai 5 m/s. Berapa resultan kecepatan perahu itu?</p>	
4.	<p>Hitung resultan vektor gaya berikut.</p> 	
5.	<p>Beberapa gaya bekerja pada benda. Berapa besar resultan gaya</p> 